



Paul Demey  
Gaël Riboulet

## Paramètres de Couverture et Risk Management

Les marchés d'options offrent de nombreuses opportunités de spéculation, de couverture et d'arbitrage. Afin d'améliorer la rentabilité et de mesurer les risques pris, il est indispensable de disposer d'outils de gestion qui permettent une quantification de la dépendance du cours d'une option au sous-jacent. Les indicateurs tels que le delta, le gamma, le vega, le thêta, et le rho mesurent l'effet, sur la valeur d'une option (ou d'un portefeuille d'options), d'une variation de chacune des variables déterminant cette valeur, toutes choses égales par ailleurs.

\*

\* \*

### Le coefficient delta

Le delta d'une option, noté  $\Delta$ , est la sensibilité du prix de cette option à l'actif sous-jacent. Il peut être exprimé en montant ou en pourcentage. Ainsi, un delta de 50% signifie que la valeur de l'option est deux fois moins sensible que l'actif sous-jacent aux variations du marché : à une fluctuation d'un franc du cours de l'action sur un intervalle de temps réduit devra correspondre une fluctuation de 0.5 franc de l'option. Le delta s'exprime mathématiquement comme étant la dérivée première du prix de l'option par rapport au prix du sous-jacent.

La notion de delta s'étend à un portefeuille d'options portant sur le même sous-jacent. Le delta d'un portefeuille est alors la somme des deltas de toutes les positions du portefeuille.

Cet indicateur revêt une importance capitale pour un trader qui cherche à insensibiliser son portefeuille à tout mouvement du sous-jacent et donc à construire un portefeuille sans risque. On parle alors de **couverture en delta-neutre** ou de *delta hedging*. Pratiquement, cela consiste par exemple à vendre une option et à acheter  $\Delta$  actifs sous-jacents. Ainsi, une évolution défavorable

de la valeur de l'option est compensée par l'évolution favorable de l'actif sous-jacent. Toutefois, le delta varie avec le temps et la valeur du sous-jacent. Cela signifie que le nombre d'actifs à posséder pour immuniser son portefeuille varie constamment et qu'un trader doit rééquilibrer son portefeuille en continu (c'est-à-dire acheter ou vendre une certaine quantité d'actifs de manière à annuler, à nouveau, le delta du portefeuille).

Dans le cas de marchés liquides et à faibles coûts de transaction, une couverture en delta-neutre peut être mise en oeuvre. Sur des marchés moins liquides ou à coûts de transaction élevés, il est souvent très coûteux de rééquilibrer son portefeuille, et la couverture est alors revue moins fréquemment. Dans ce dernier cas, le delta ne peut suffire à mesurer la variation d'un portefeuille due à des mouvements plus larges du sous-jacent. On prend alors en compte un indicateur de second ordre (gamma) dans la gestion du portefeuille.

## Le coefficient thêta

Le thêta d'une option mesure la variation attendue du prix de cette option sur une courte période, due au seul passage du temps. Mathématiquement, le thêta est égal à la dérivée du prix de l'option par rapport au temps.

Comme pour le delta, il est possible de définir le thêta global d'un portefeuille comme étant la somme des thêtas de chaque position du portefeuille.

Un thêta positif signifie que le simple écoulement du temps entraînera une augmentation de la valeur du portefeuille, et inversement. Quand un opérateur construit une position delta-neutre, il peut éventuellement utiliser le temps comme source de profit, en construisant un portefeuille à thêta positif. Le problème vient du fait que, lorsqu'un portefeuille est géré en delta-neutre, les valeurs des coefficients thêta, gamma, et véga sont très liées. La politique optimale pour la gestion d'un portefeuille ne sera donc pas toujours la positivité du thêta.

## Le coefficient gamma

Le gamma d'une option, noté  $\Gamma$ , est la sensibilité du delta à l'actif sous-jacent. Il s'exprime, mathématiquement, comme la dérivée seconde du prix de l'option par rapport au cours du sous-jacent. Lorsque le gamma est faible, les fluctuations du cours du sous-jacent n'ont que des effets très négligeables sur le delta. Dans ce cas, il ne sera guère nécessaire de réviser les positions détenues pour maintenir le delta proche du niveau recherché. A l'inverse, une position avec un gamma élevé nécessite une surveillance constante et une révision fréquente du portefeuille.

Comme pour le delta et le thêta, la notion de gamma s'applique à un portefeuille d'options sur le même sous-jacent, le gamma global étant la somme des gammas de chaque option.

A un instant donné, un opérateur cherche à insensibiliser son portefeuille aux variations de marché. Cette couverture reste très souvent imparfaite, et il s'agit alors de mesurer le risque résiduel. Le gamma et le thêta vont jouer ce rôle et nous permettre de décrire notre exposition au risque. Schématiquement, il existe trois configurations possibles pour une position delta-neutre :

- Gamma négatif, thêta positif
- Gamma neutre, thêta positif
- Gamma positif, thêta négatif

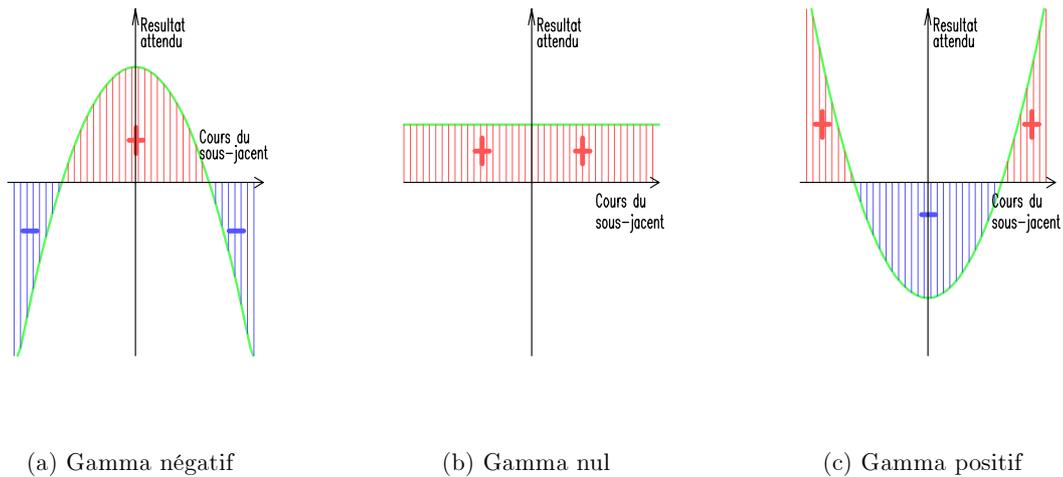


FIG. 1: Positions "delta-neutre"

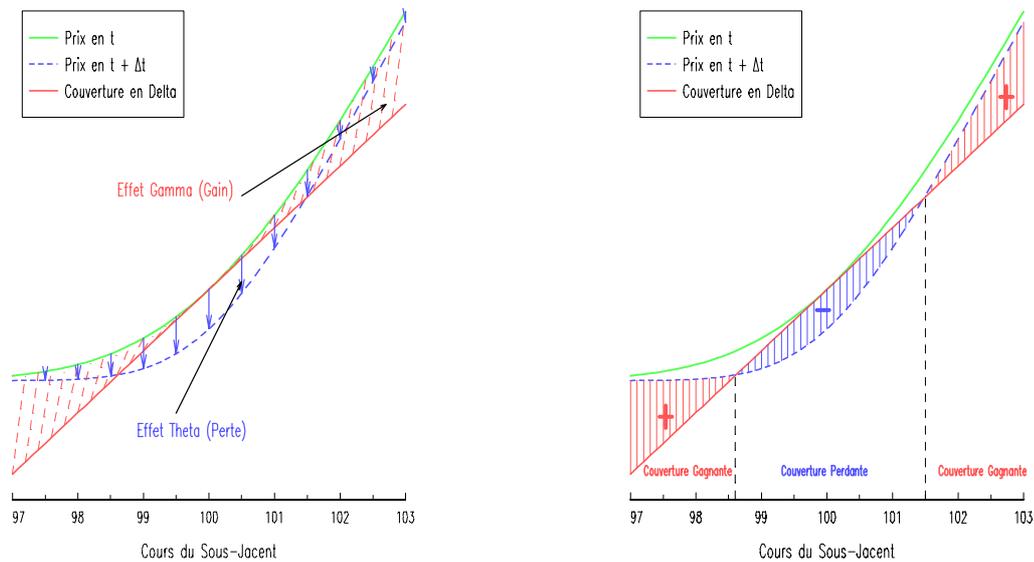
Les trois configurations précédentes mènent à des profils de P&L différents. Ces trois profils sont représentés sur la figure 1 :

- Le gamma est négatif (sous-figure 1(a)). Dans ce cas, le meilleur résultat sera réalisé en absence de variations du cours de l'action de base. Toute fluctuation induit une baisse du P&L. Notons, de plus, que dans cette configuration, les pertes peuvent être très importantes.
- Le gamma est nul (sous-figure 1(b)). La position est gamma-neutre. Le résultat n'est guère affecté par des fluctuations du sous-jacent. Il n'est pas nécessaire d'ajuster très régulièrement son portefeuille.
- Le gamma est positif (sous-figure 1(c)). Toute fluctuation est source d'amélioration de la rentabilité du portefeuille. Le résultat le plus mauvais est réalisé en absence de fluctuation du cours du sous-jacent. Dans cette configuration, le risque est alors limité.

A titre d'exemple, considérons l'évolution, sur une courte période, d'un portefeuille en delta neutre, gamma positif et thêta négatif. Ce portefeuille est constitué d'une option (position longue) et de sa couverture (position courte). La valeur de l'option, fonction du sous-jacent, est représentée sur la figure 2(a) par la courbe "*Prix en t*"; la valeur de la couverture en delta-neutre est représentée par la courbe "*Couverture en delta*". Sur une courte période, les variations subies par le portefeuille peuvent être décomposées en deux phénomènes :

- l'option perd de la valeur lorsque le temps s'écoule (courbe "*Prix en  $t + \Delta t$* "), indépendamment des mouvements du marché (thêta négatif).
- tout mouvement du sous-jacent entraîne une augmentation de la valeur du portefeuille (gamma positif), car la valeur du dérivé sera toujours supérieure à la valeur de la couverture.

La résultante de ces deux effets est représentée sur les figures 2(b) et 1(c). Ce type de position entraîne un gain lors de forts mouvements de marché (à la hausse ou à la baisse) et une perte dans un marché trop calme.



(a) Effet Thêta - Effet Gamma

(b) Résultat attendu

FIG. 2: Exemple de couverture imparfaite en delta-neutre et gamma positif

## Le coefficient véga

Le véga d'une option, noté  $\vartheta$ , est la sensibilité du prix de cette option à la volatilité du sous-jacent. L'intérêt porté à cet indicateur provient du fait que le prix des options est fonction de la volatilité. Il est même possible de déduire des valeurs des options sur le marché une volatilité implicite : à chaque prix observé correspond une volatilité. Cette volatilité peut alors être considérée comme un facteur de risque à part entière, dont les fluctuations sont observables directement sur le marché et dont il devient légitime de chercher à se couvrir contre les variations. Le véga permet de répondre, en partie, à ce problème et de quantifier les variations de la valeur d'une option dues à un léger mouvement de la volatilité.

En général, le véga d'un portefeuille est la somme des végas des positions de ce portefeuille. Cependant, l'existence sur les marchés d'options de plusieurs volatilités pour un même sous-jacent soulève une incohérence entre les prix constatés et la théorie classique (on parle notamment de "smile" de volatilité). Aussi, mesurer le véga d'un portefeuille revient à mesurer l'exposition de notre portefeuille à un accroissement général de toutes les volatilités.

Comme pour le gamma, il est possible d'annuler sa sensibilité à la volatilité. Ceci permet, entre autres, de réduire la dépendance de la valeur d'un portefeuille à un paramètre difficile à estimer. Pratiquement, pour annuler le véga, on ajoutera d'autres options au portefeuille. Toutefois, ces options auront également une incidence sur les autres indicateurs (delta, gamma,...).

## Le coefficient rho

Rho, noté  $\rho$ , représente la sensibilité d'une option au taux d'intérêt utilisé dans les modèles d'évaluation. Ce paramètre est suivi uniquement pour la couverture de dérivés actions et indices. En pratique, l'ensemble de la courbe des taux est prise en compte et rho représente alors la sensibilité à une translation de l'ensemble de cette courbe. Ce paramètre revêt toutefois une importance moins capitale que les autres sensibilités précitées.

\*  
\*   \*

Idéalement, un portefeuille devrait être parfaitement couvert pour s'assurer un rendement quasiment constant et sans risque. Dans la pratique, cette couverture parfaite est impossible. On cherche alors tout d'abord à immuniser son portefeuille contre les variations du sous-jacent (delta) puis de la volatilité (véga) qui sont considérés comme les risques de premier ordre. Reste alors un choix à effectuer en ce qui concerne le risque résiduel. Ainsi, en fonction des anticipations de la volatilité du marché, on privilégiera une stratégie en thêta positif, où le temps est une source de profit, ou une stratégie en gamma positif, où les variations du marché sont une source de profit.

Pour finir, ces sensibilités sont pour la plupart très liées. Il est ainsi impossible de fixer simultanément toutes les sensibilités d'un portefeuille pour s'assurer un P&L positif sans prendre de position. En d'autres termes, un rendement plus élevé entraîne un risque plus important.